

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені В. Н. КАРАЗІНА

С. С. Апостолов  
О. В. Єзерська

**ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.  
ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ**

**Навчально-методичний посібник**

Харків – 2021

**Рецензенти:**

**В. О. Ямпольський** – доктор фіз.-мат. наук, головний науковий співробітник ІРЕ НАН України, професор кафедри теоретичної фізики імені академіка І. М. Ліфшиця Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, член-кореспондент НАН України;

**Г. І. Раїмба** – кандидат фіз.-мат. наук, завідувач кафедри теоретичної фізики імені академіка І. М. Ліфшиця Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

*Затверджено до друку рішенням Науково-методичної ради  
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна  
(протокол № 5 від 10 червня 2021 року)*

**Апостолов С. С.**

А 76

Основи квантової механіки. Теорія та практичні завдання : навч.-метод. посіб. / С. С. Апостолов, О. В. Єзерська. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2021. – 140 с.

Навчально-методичний посібник призначений для студентів фізичних спеціальностей, які вивчають квантову механіку, і містить конспекти основних лекцій та практичні задачі, розв'язок яких сприяє більш глибокому розумінню фізичних ідей квантової механіки, розвитку необхідних практичних навичок у розв'язанні сучасних задач теоретичної фізики.

**УДК 530.145 (072)**

© Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна, 2021  
© Апостолов С. С., Єзерська О. В., 2021  
© Дончик І. М., макет обкладинки, 2021

---

Навчальне видання

**Апостолов** Станіслав Сергійович  
**Єзерська** Олена Володимирівна

**ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.  
ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ**

Навчально-методичний посібник

Відповідальний за випуск *О. І. Любімов*  
Коректор *О. В. Анцибора*  
Комп'ютерне верстання *С. С. Апостолов*  
Макет обкладинки *І. М. Дончик*

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 6,79. Наклад 100 пр. Зам. № 148/21.

Видавець і виготовлювач  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,  
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.09.

Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна  
Тел. 705-24-32

# Зміст

<b>Передмова</b>	<b>7</b>
<b>1. Конспект лекцій</b>	<b>8</b>
1.1. Вступ . . . . .	8
1.1.1. Фізичні основи квантової механіки . . . . .	8
1.1.2. Електромагнітні кванти . . . . .	9
1.1.3. Дискретні значення фізичних величин . . . . .	10
1.1.4. Дифракція електронів, атомів, молекул . . . . .	11
1.2. Принципи квантової механіки. Рівняння Шредінгера . . . . .	11
1.2.1. Гіпотеза де Бройля (1924) . . . . .	11
1.2.2. Хвильова функція. Статистичне трактування хвильової функції . . . . .	13
1.2.3. Принцип суперпозиції . . . . .	14
1.2.4. Хвильові пакети. Співвідношення невизначеності. . . . .	14
1.2.5. Час розпливання хвильового пакета. Уточнене співвідношення невизначеності . . . . .	16
1.2.6. «Принципи» квантової механіки . . . . .	16
1.2.7. Хвильове рівняння Шредінгера (РШ) . . . . .	17
1.2.8. Вектор густини потоку імовірності. Рівняння неперервності . . . . .	19
1.3. Розв'язання стаціонарного рівняння Шредінгера . . . . .	21
1.3.1. Поділ змінних в декартових координатах . . . . .	21
1.3.2. Частинка в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі . . . . .	22
1.3.3. Частинка у тривимірній потенціальній ямі нескінченної глибини (тривимірний потенціальний ящик) . . . . .	25
1.3.4. Квантовий гармонічний осцилятор (лінійний осцилятор) . . . . .	26
1.3.5. Відбиття та проходження через потенціальний бар'єр . . . . .	30
1.3.6. Загальні властивості одновимірного руху . . . . .	35
1.4. Математичний апарат квантової механіки . . . . .	36
1.4.1. Основні відомості з теорії лінійних просторів та теорії лінійних операторів . . . . .	36

1.4.2.	Елементи теорії зображень . . . . .	40
1.4.3.	Властивості дельта-функції Дірака . . . . .	41
1.4.4.	Неперервне зображення . . . . .	42
1.4.5.	Фізичні величини та оператори . . . . .	43
1.4.6.	Середні значення фізичних величин . . . . .	44
1.5.	Оператор Гамільтона. Стаціонарні стани . . . . .	45
1.5.1.	Власні функції (ВФ) та власні значення (ВЗ) операторів $\hat{r}$ , $\hat{p}$ у координатному та в імпульсному зображенні . . . . .	45
1.5.2.	Оператор Гамільтона, стаціонарні стани . . . . .	47
1.5.3.	Рівняння Шредінгера в імпульсному зображенні . . . . .	47
1.5.4.	Розв'язання задачі про рух частинки у полі дельта-ями в імпульсному зображенні для від'ємних енергій (фінітний рух) . . . . .	49
1.6.	Фізичний зміст комутації операторів . . . . .	50
1.6.1.	Комутація операторів та результати вимірювань . . . . .	50
1.6.2.	Нерівності Гейзенберга . . . . .	51
1.6.3.	Повний набір фізичних величин . . . . .	53
1.7.	Оператор кутового моменту . . . . .	53
1.7.1.	Комутаційні співвідношення . . . . .	54
1.7.2.	Власні функції та власні значення операторів $\hat{l}_z$ та $(\hat{l})^2$ . «Сходінкові» оператори . . . . .	54
1.8.	Оператори у гейзенбергівському зображенні . . . . .	57
1.8.1.	Похідна по часу від оператора . . . . .	57
1.8.2.	Гейзенбергівське зображення операторів . . . . .	59
1.8.3.	Теореми Еренфеста . . . . .	61
1.8.4.	Інтеграл руху (закони збереження) . . . . .	61
1.8.5.	Закон збереження парності . . . . .	64
1.8.6.	Співвідношення невизначеності для часу та енергії . . . . .	64
1.9.	Рух у центральному полі . . . . .	65
1.9.1.	Зведення задачі двох тіл до задачі про рух у центральному полі . . . . .	65
1.9.2.	Аналіз особливостей руху у центральному полі . . . . .	69
1.9.3.	Рух вільної частинки із певним значенням моменту імпульсу. Сферичні хвилі . . . . .	70
1.9.4.	Одноелектронний атом . . . . .	71
1.9.5.	Випадкове виродження . . . . .	74
1.10.	Когерентні стани гармонічного осцилятора . . . . .	75
1.10.1.	Гармонічний осцилятор. Розв'язок методом факторизації . . . . .	75
1.10.2.	Когерентні стани осцилятора . . . . .	78
1.11.	Рівняння Шредінгера у магнітному полі . . . . .	79

1.11.1.	Рух електрона в однорідному постійному магнітному полі. Рівні Ландау (1930) . . . . .	80
1.12.	Теорія збурень (ТЗ) . . . . .	81
1.12.1.	Стационарна теорія збурень без виродження . . . . .	82
1.12.2.	Стационарна ТЗ при наявності виродження. Секулярне рівняння . . . . .	83
1.12.3.	Теорія збурень для дворівневої системи . . . . .	84
1.12.4.	Нестационарна теорія збурень . . . . .	86
1.13.	Квазікласичне наближення . . . . .	88
1.13.1.	Правило квантування Бора–Зомерфельда . . . . .	90
1.13.2.	Квазікласичний коефіцієнт прозорості бар'єра . . . . .	93
1.13.3.	Теорія альфа-розпаду . . . . .	94

## **2. Конспект практичних занять . . . . . 97**

2.1.	Математичний апарат квантової механіки . . . . .	97
2.1.1.	Лінійні оператори. Комутатор операторів . . . . .	97
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	97
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	99
2.1.2.	Ермітово-спряжені та ермітові оператори . . . . .	99
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	100
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	101
2.1.3.	Власні функції і власні числа операторів. Середні значення . . . . .	102
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	102
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	105
2.1.4.	Імпульсне зображення . . . . .	105
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	106
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	108
2.2.	Одновимірний рух . . . . .	108
2.2.1.	Нескінченно-глибока потенціальна яма . . . . .	108
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	109
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	112
2.2.2.	Потенціальна $\delta$ -яма . . . . .	112
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	113
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	115
2.2.3.	Проходження частинок через потенціальний бар'єр . . . . .	115
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	115
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	118
2.2.4.	Потенціальний $\delta$ -бар'єр . . . . .	118
	Приклади завдань з розв'язками . . . . .	119
	Завдання для самостійної роботи . . . . .	120
2.3.	Наближені методи у квантовій механіці . . . . .	121
2.3.1.	Теорія збурення . . . . .	121

Приклади завдань з розв'язками . . . . .	121
Завдання для самостійної роботи . . . . .	125
2.3.2. Квазікласичне наближення . . . . .	125
Приклади завдань з розв'язками . . . . .	125
Завдання для самостійної роботи . . . . .	128
2.4. Тривимірний рух . . . . .	129
2.4.1. Момент імпульсу . . . . .	129
Приклади завдань з розв'язками . . . . .	129
Завдання для самостійної роботи . . . . .	130
2.4.2. Рух в центральному полі . . . . .	131
Приклади завдань з розв'язками . . . . .	132
Завдання для самостійної роботи . . . . .	135
2.5. Приклади індивідуальних завдань . . . . .	135
2.5.1. Одновимірний рух . . . . .	135
2.5.2. Використання теорії збурень . . . . .	138

**Бібліографія****139**