

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені В. Н. КАРАЗІНА

О. Л. Ямпольський
О. О. Шугайло

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ.

Канонічні криві та поверхні другого порядку

Навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії
для студентів математичних факультетів університетів

Харків – 2021

УДК 514.12(075.8)

Я 57

Рецензенти:

В. О. Горькавий – доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник відділу геометрії і диференціальних рівнянь Фізико-технічного інституту низьких температур імені Б. І. Веркіна НАН України;

Є. В. Петров – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри фундаментальної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

*Затверджено до друку рішенням Науково-методичної ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол № 3 від 26 лютого 2021 року)*

Ямпольський О. Л.

Я 57

Аналітична геометрія. Канонічні криві та поверхні другого порядку : навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії для студентів математичних факультетів університетів / О. Л. Ямпольський, О. О. Шугайло. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2021. – 100 с.

ISBN 978-699-285-692-7

Навчально-методичний посібник призначений для самостійної роботи при вивченні основ геометрії кривих та поверхонь другого порядку і розрахований на студентів математичних спеціальностей університетів, зокрема студентів першого курсу факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Посібник містить велику кількість ілюстрацій та прикладів, поданих з повними розв'язками. Вправи для самостійного розв'язання подані з відповідями.

УДК 514.12(075.8)

ISBN 978-699-285-692-7

© Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна, 2021

© Ямпольський О. Л., Шугайло О. О., 2021

© Дончик І. М., макет обкладинки, 2021

Зміст

1	Канонічні криві 2-го порядку та їх властивості	7
1.1	Способи подання кривих на площині	7
1.2	Парабола	9
1.2.1	Загальні властивості канонічної параболи	9
1.2.2	Директоріальна властивість параболи	11
1.2.3	Дотична до параболи	12
1.2.4	Оптична властивість параболи	13
1.3	Еліпс	14
1.3.1	Загальні властивості канонічного еліпса	14
1.3.2	Фокальна властивість еліпса	16
1.3.3	Директоріальна властивість еліпса	18
1.3.4	Оптична властивість еліпса	22
1.4	Гіпербола	24
1.4.1	Загальні властивості канонічної гіперболи	24
1.4.2	Фокальна властивість гіперболи	27
1.4.3	Директоріальна властивість гіперболи	29
1.4.4	Рівняння дотичної до гіперболи	31
1.4.5	Оптична властивість гіперболи	32
1.5	Діаметри еліпса, гіперболи та параболи	33
1.6	Інші види рівнянь параболи, еліпса та гіперболи	36
1.6.1	Параметричні рівняння еліпса, гіперболи та параболи	36
1.6.2	Рівняння еліпса, гіперболи та параболи в полярній системі координат	36
1.6.3	Рівняння еліпса, гіперболи та параболи, віднесені до вершини	38
1.6.4	Сім'ї еліпсів і гіпербол зі спільним фокальним параметром	40
1.6.5	Сім'ї співфокусних еліпсів і гіпербол	41
1.6.6	Еліптична система координат	44
1.7	Класифікаційна теорема	45
1.7.1	Канонічні рівняння інших ліній другого порядку	45
1.7.2	Класифікаційна теорема	47
1.8	Задачі для самостійного розв'язання	51
1.8.1	Відповіді	52

2	Канонічні поверхні 2-го порядку та їх властивості	53
2.1	Загальні відомості	53
2.1.1	Способи задання поверхонь	53
2.1.2	Поверхні обертання	55
2.1.3	Поверхні перенесення	57
2.1.4	Циліндричні поверхні	57
2.1.5	Конічні поверхні	59
2.2	Канонічні поверхні другого порядку в E^3	60
2.2.1	Еліпсоїди	60
2.2.2	Однопорожнинний гіперболоїд	64
2.2.3	Двопорожнинний гіперболоїд	66
2.2.4	Конуси	67
2.2.5	Еліптичний параболоїд	69
2.2.6	Гіперболічний параболоїд	71
2.2.7	Циліндри	72
2.3	Дотична площина	76
2.4	Діаметри поверхні другого порядку	80
2.5	Прямолінійні твірні на поверхнях другого порядку	82
2.5.1	Прямолінійні твірні на поверхні однопорожнинного гіперболоїда	82
2.5.2	Прямолінійні твірні на поверхні гіперболічного параболоїда	89
2.6	Задачі для самостійного розв'язання	95
2.6.1	Відповіді	96
2.7	Колекція фігур М. Шилінга	96