А. А. Янцевич, О. В. Дьячкова

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ
I МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Навчальний посібник
У двох частинах

Частина І

Харків – 2018
Янцевич А. А.


Видання призначене для студентів соціально-економічних і управлінських спеціальностей (усіх форм навчання), які вивчають базовий курс теорії ймовірностей і математичної статистики. Перша частина містить основні ймовірнісні поняття, теореми і методи. Зокрема висвітлено алгебру подій, аксіоматичну побудову теорії ймовірностей, операції з ними, випадкові величини та їхні розподіли, граничні теореми.

Викладення супроводжується прикладами з їхніми розв’язаннями, питаннями для самоконтролю, насичено багатим ілюстративним рядом – графіками, схемами, діаграмами. Відмінною рисою посібника є наявність широкого довідкового апарату: основних формул, числових таблиць, переліку комп’ютерних функцій, предметного покажчика, перекладного словника з теорії ймовірностей тощо. Це дозволяє використовувати посібник і як довідник студентам, аспірантам, викладачам, науковим співробітникам й усім бажаючим, які опановують імовірнісні та статистичні методи.

УДК 519.2 (075.8)
# КОРОТКИЙ ЗМІСТ

<table>
<thead>
<tr>
<th>Розділ</th>
<th>Теми</th>
<th>Сторінка</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>Вступ</td>
<td>7</td>
</tr>
<tr>
<td>Розділ І. ІМовірність</td>
<td>1. Випадкові події</td>
<td>11</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>2. Імовірність події</td>
<td>19</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>3. Додавання і множення ймовірностей</td>
<td>31</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4. Повторні випробування</td>
<td>43</td>
</tr>
<tr>
<td>Розділ ІІ. Випадкові величини</td>
<td>5. Випадкова величина</td>
<td>54</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>6. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин</td>
<td>87</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>7. Неперервні випадкові величини</td>
<td>99</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>8. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин</td>
<td>113</td>
</tr>
<tr>
<td>Розділ ІІІ. Граничні теореми</td>
<td>9. Граничні теореми теорії ймовірностей</td>
<td>149</td>
</tr>
<tr>
<td>Додатки</td>
<td>Основні позначення і скорочення</td>
<td>170</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Грецький алфавіт</td>
<td>171</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Основні формули</td>
<td>172</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Функції MS Excel і Mathcad</td>
<td>187</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Таблиці значень функцій</td>
<td>190</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Короткий словник із теорії ймовірностей</td>
<td>202</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Список літератури</td>
<td>209</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Предметний покажчик</td>
<td>210</td>
</tr>
</tbody>
</table>
ЗМІСТ

Вступ ................................................................................................................................. 7

Розділ I. Імовірність

Голова 1. Випадкові події .......................................................................................... 11
   1.1. Різновиди подій .................................................................................................. 12
   1.2. Алгебра подій .................................................................................................... 14

Голова 2. Імовірність події ...................................................................................... 19
   2.1. Статистична ймовірність ................................................................................ 19
   2.2. Класичне визначення ймовірності ................................................................. 20
   2.3. Властивості ймовірності ............................................................................... 21
   2.4. Геометрична ймовірність ............................................................................. 23
   2.5. Аксіоматичне визначення ймовірності ....................................................... 25

Голова 3. Додавання і множення ймовірностей .................................................. 31
   3.1. Умовна ймовірність ....................................................................................... 31
   3.2. Теорема множення ймовірностей ................................................................. 32
   3.3. Ймовірність появи хоча б однієї події .......................................................... 35
   3.4. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій ...................................... 36
   3.5. Формула повної ймовірності ......................................................................... 37
   3.6. Формула Бейєса ............................................................................................. 38

Голова 4. Повторні випробування .................................................................... 43
   4.1. Формула Бернуллі ......................................................................................... 43
   4.2. Асимптотичні наближення .......................................................................... 47
      4.2.1. Локальна теорема Муавра – Лапласа .................................................... 47
      4.2.2. Інтегральна теорема Муавра – Лапласа ............................................. 48
      4.2.3. Формула Пуассона ............................................................................... 49

Розділ II. Випадкові величини

Голова 5. Випадкова величина ............................................................................ 54
   5.1. Поняття випадкової величини ...................................................................... 54
   5.2. Властивості функції розподілу ймовірностей .......................................... 56
   5.3. Класифікація випадкових величин .............................................................. 58
      5.3.1. Дискретні і неперервні ВВ ................................................................. 58
      5.3.2. Закон розподілу, ряд розподілу дискретної ВВ .............................. 58
      5.3.3. Загальний вигляд функції розподілу дискретної ВВ ...................... 61
   5.4. Система декількох випадкових величин ................................................. 64
      5.4.1. Багатовимірні випадкові величини ................................................ 64
      5.4.2. Залежні і незалежні випадкові величини ....................................... 66
   5.5. Операції над дискретними випадковими величинами ...................... 69
5.6. Числові характеристики дискретних випадкових величин

5.6.1. Математичне очікування

5.6.2. Властивості математичного очікування

5.6.3. Відхилення і дисперсія

5.6.4. Властивості дисперсії

5.6.5. Середнє квадратичне відхилення

Глава 6. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин

6.1. Біноміальний розподіл

6.2. Розподіл Пуассона

6.3. Геометричний розподіл

6.4. Гіпергеометричний розподіл

6.5. Дискретний рівномірний розподіл

Глава 7. Неперервні випадкові величини

7.1. Функція розподілу неперервної випадкової величини

7.2. Щільність розподілу неперервної випадкової величини

7.3. Числові характеристики неперервних випадкових величин

7.3.1. Математичне очікування

7.3.2. Дисперсія, середнє квадратичне відхилення

7.3.3. Інші числові характеристики

Глава 8. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин

8.1. Рівномірний розподіл

8.2. Показовий (експоненціальний) розподіл

8.3. Нормальний розподіл

8.3.1. Крива Гаусса

8.3.2. Вплив параметрів нормального розподілу на форму кривої Гаусса

8.3.3. Характеристики нормального розподілу

8.3.4. Імовірність влучення нормальної величини в заданий інтервал

8.3.5. Правило трьох сигм

8.4. Розподіли, що використовуються в математичній статистиці

8.4.1. Розподіл $\chi^2$ (Пірсона)

8.4.2. Розподіл Стьюдента

8.4.3. Розподіл Фішера

8.4.4. Співвідношення між розподілами

8.5. Деякі розподіли, що використовуються для розв’язання прикладних задач

8.5.1. Усічений нормальний розподіл

8.5.2. Логнормальний розподіл

8.5.3. Гамма-розподіл

8.5.4. Бета-розподіл

8.5.5. Розподіл Релея

8.5.6. Розподіл Вейбулла

8.5.7. Розподіл Парето

8.5.8. Логістичний розподіл

8.5.9. Криві Пірсона
Розділ ІІІ. Граничні теореми

<table>
<thead>
<tr>
<th>Глава 9. Граничні теореми теорії ймовірностей</th>
<th>149</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>9.1. Закон великих чисел</td>
<td>149</td>
</tr>
<tr>
<td>9.2. Нерівності Маркова і Чебишова</td>
<td>150</td>
</tr>
<tr>
<td>9.2.1. Нерівність Маркова</td>
<td>150</td>
</tr>
<tr>
<td>9.2.2. Нерівність Чебишова</td>
<td>152</td>
</tr>
<tr>
<td>9.3. Теореми закону великих чисел</td>
<td>154</td>
</tr>
<tr>
<td>9.3.1. Теорема Маркова</td>
<td>154</td>
</tr>
<tr>
<td>9.3.2. Теорема Чебишова</td>
<td>156</td>
</tr>
<tr>
<td>9.3.3. Теорема Бернуллі</td>
<td>159</td>
</tr>
<tr>
<td>9.4. Центральна гранична теорема</td>
<td>164</td>
</tr>
<tr>
<td>9.5. Інтегральна теорема Муавра – Лапласа</td>
<td>167</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Додатки ............................................................... 170

| Основні позначення і скорочення                  | 170 |
| Грецький алфавіт                                 | 171 |
| Основні формули комбінаторики                    | 172 |
| Основні формули теорії ймовірностей              | 174 |
| Основні розподіли випадкових величин              | 184 |
| Функції MS Excel і Mathcad                       | 187 |
| Таблиці значень функцій                            | 190 |
| Короткий словник із теорії ймовірностей         | 202 |

Список літератури......................................................... 209

Предметний покажчик.................................................... 210